

آزمایش شماره ۱۶

کاربردهای نوسان‌نما

هدف آزمایش

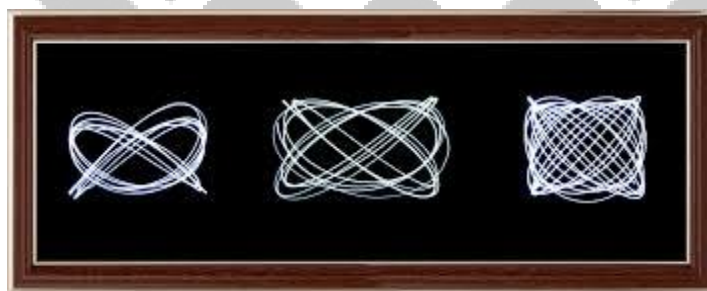
- (۱) مشاهده شکل‌های لیسازو
- (۲) اندازه‌گیری فرکانس مجهول با استفاده از شکل‌های لیسازو
- (۳) اندازه‌گیری اختلاف فاز دو موج هم فرکانس
- (۴) بررسی برهم نهی دو موج متناوب سینوسی
- (۵) مشاهده پدیده ضربان

وسایل مورد نیاز

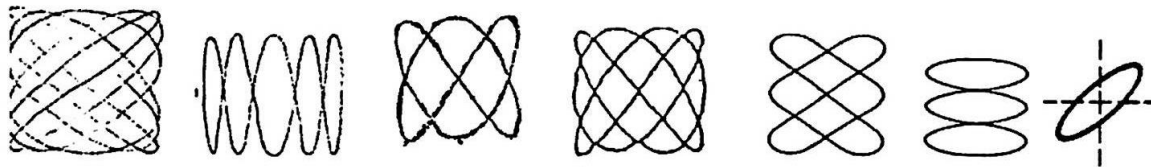
دستگاه موج‌ساز، نوسان‌نما، رئوستا، خازن، سیم‌های رابط

تئوری آزمایش

- (۱) شکل‌های لیسازو



هرگاه دو نیرو در جهت‌های عمود بر هم به جسمی وارد شوند، و هر یک از نیروها یک حرکت نوسانی به جسم بدهند جسم تحت تأثیر این دو نیرو مسیری را طی می‌کند که با توجه به فرکانس حرکت نوسانی در دو راستا می‌تواند بسته یا باز باشد. اگر نسبت فرکانس‌ها عدد صحیحی باشد مسیر حرکت، شکل ثابتی خواهد بود که به آن منحنی لیسازو (Lissajous Figures) می‌گویند.



شکل (۱)

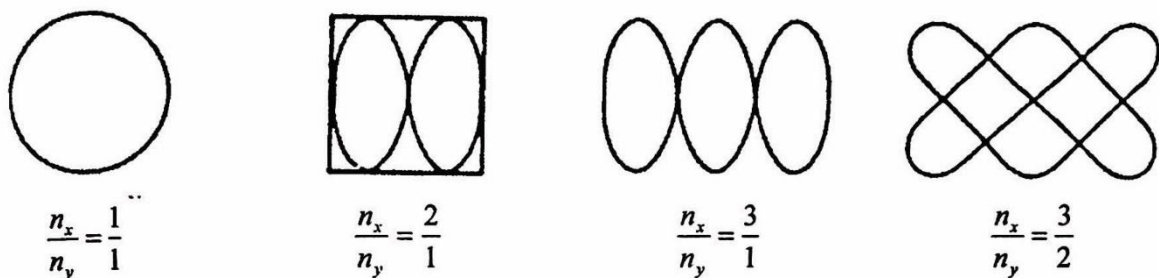
هنگامی که صفحات منحرف کننده افقی و عمودی نوسان نما به ولتاژ متناوب وصل شود، پرتو الکترونی که از میان صفحات منحرف کننده نوسان نما می‌گذرد در دو سطح عمود بر هم نوسان خواهد کرد. اگر نسبت فرکانس دو ولتاژ عدد صحیحی باشد، یکی از شکل‌های لیسائزو روی صفحه نوسان نما تشکیل می‌شود. شکل (۱) نمونه‌هایی از این شکل‌ها را نشان می‌دهد.

۲) تعیین فرکانس مجهول با استفاده از شکل‌های لیسائزو

اگر زمان تناوب یکی از ولتاژهای متناوب معلوم باشد به کمک اشکال لیسائزو می‌توان فرکانس ولتاژ دیگر را به دست آورد. در این حالت با تنظیم شکل لیسائزوی حاصل در کادر مستطیل شکل و بی حرکت نمودن آن، می‌توان فرکانس مجهول را از رابطه زیر به دست آورد:

$$f_x n_x = f_y n_y \quad (۱)$$

که در آن f_x و f_y به ترتیب فرکانس‌های ولتاژهای داده شده به محورهای افقی و عمودی نوسان نما، و n_x و n_y نیز به ترتیب تعداد نقاط تماس در امتداد اضلاع افقی و عمودی مستطیل هستند. شکل (۲) تعدادی از شکل‌های لیسائزو با نسبت‌های مختلفی از فرکانس را نشان می‌دهد.



شکل (۲)

۳) اختلاف فاز دو موج هم فرکانس

در صورتی که دو موج سینوسی هم فرکانس دارای اختلاف فاز معینی باشند برای اندازه‌گیری اختلاف فاز بین آن دو می‌توان از نوسان نما استفاده کرد. برای این منظور از روش برهم نهی امواج در دو راستای عمود بر هم و یا از روش نمایش دوتایی امواج بر روی صفحه نوسان نما استفاده می‌شود.

الف) ترکیب امواج در دو راستای عمود بر هم

معادله‌ی دو موج هم فرکانس با اختلاف فاز φ در دو راستای عمود برهم برابر است با:

$$x = A \sin \omega t \quad (2)$$

$$y = B \sin(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

با جمع مجذور روابط بالا و انجام پاره‌ای عملیات ریاضی خواهیم داشت:

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{y}{B}\right)^2 - \frac{2xy}{AB} \cos \varphi = \sin^2 \varphi \quad (4)$$

معادله‌ی بالا معادله‌ی یک بیضی است. اگر $0 < \varphi < 90$ باشد این بیضی مایل در ربع اول و سوم دایره مثلثاتی و اگر $90 < \varphi < 180$ باشد این بیضی در ربع دوم و چهارم قرار می‌گیرند. اگر اختلاف فاز بین دو موج هم فرکانس صفر باشد معادله (۴) به صورت زیر در می‌آید:

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{y}{B}\right)^2 - \frac{2xy}{AB} = 0 \quad (5)$$

و یا

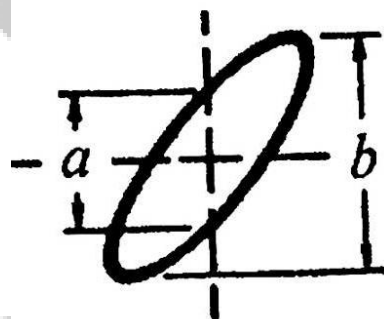
$$y = (B/A)x \quad (6)$$

یک معادله یک خط راست با شیب مثبت است. اگر اختلاف فاز بین دو موج 90° درجه باشد معادله‌ی (۴) به صورت زیر در می‌آید:

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{y}{B}\right)^2 = 1 \quad (7)$$

که معادله یک بیضی افقی یا عمودی (بسته به مقادیر A و B) است. در این حالت با توجه به شکل (۳)، $\sin \varphi$ نسبت به دو طول a و b است و داریم:

$$\varphi = \sin^{-1}(a/b) \quad (8)$$



شکل (۳)

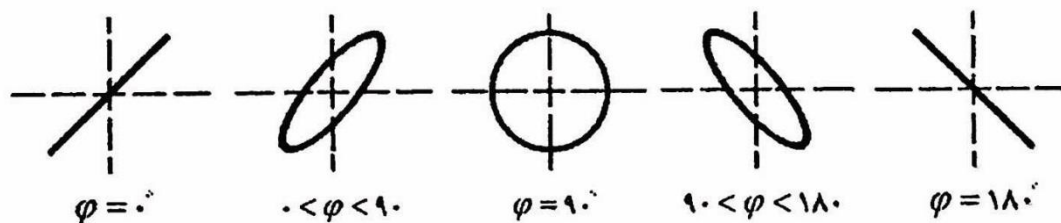
اگر اختلاف فاز بین دو موج 180° درجه باشد معادله (۴) به صورت زیر در می‌آید:

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{y}{B}\right)^2 + \frac{2xy}{AB} = 0 \quad (9)$$

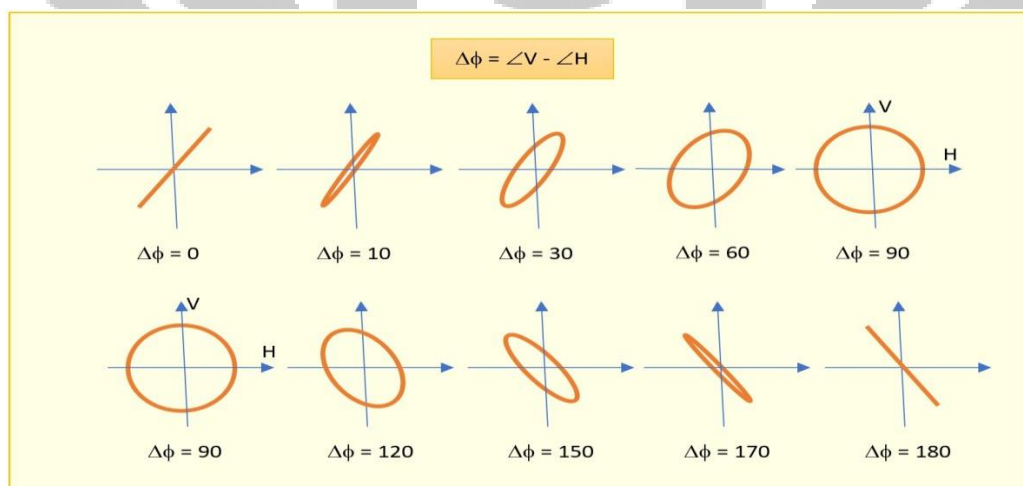
و یا

$$y = -(B/A)x$$

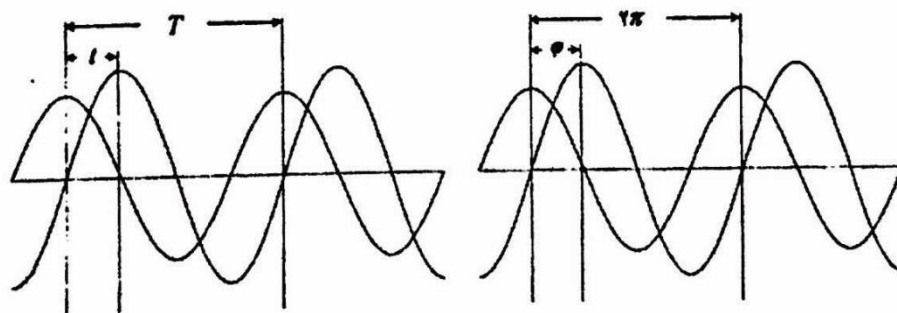
(۱۰)



شکل (۴)



که معادله یک خط راست با شیب منفی است. شکل (۴) ترکیب دو موج هم فرکانس با اختلاف فازهای مختلف را در دو راستای عمود بر هم نشان می‌دهد.



شکل (۵)

(ب) نمایش دوتایی امواج روی صفحه نوسان نما

شکل (۵) نمایش دوتایی دو موج را روی صفحه نوسان نما نشان می‌دهد. زمان تناوب معادل با اختلاف فاز 180° درجه است. بنابراین اگر موجی را به اندازه‌ی یک زمان تناوب جا به جا کنیم تغییری در شکل آن بوجود نمی‌آید. همچنین، دو موج که به اندازه 2π اختلاف فاز دارند برهم منطبق هستند. بنابراین اگر t فاصله زمانی بین دو نقطه مشابه متوالی بین دو موج باشد، با استفاده از تناسب 2π و زمان تناوب T ، می‌توان اختلاف فاز دو موج را به صورت زیر به دست آورد:

$$\varphi = 2\pi \frac{t}{T} \quad (11)$$

(۴) برهم نهی دو موج متناوب سینوسی

برهم نهی دو موج متناوب سینوسی را می‌توان در حالت‌های زیر مورد مطالعه قرار داد:

الف) برهم نهی دو موج متناوب سینوسی هم فرکانس و هم فاز

اگر دو موج سینوسی هم فرکانس و هم فاز که در یک امتداد نوسان می‌کنند برهم نهاده شوند موج حاصل دارای همان فاز و فرکانس است اما دامنه‌ی آن مجموع دامنه‌های دو موج اولیه است. به بیان ریاضی، هرگاه معادلات زیر بیانگر معادله دو موج هم فرکانس و هم فاز باشند:

$$y_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi) \quad (12)$$

$$y_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi) \quad (13)$$

معادله موج حاصل از برهم نهی برابر است با:

$$y = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (14)$$

که در آن A برابر با مجموع دو دامنه است.

$$A = A_1 + A_2 \quad (15)$$

(ب) برهم نهی دو موج متناوب سینوسی هم فرکانس که اختلاف فاز دارند.

هرگاه بین دو موج سینوسی هم فرکانس که در یک امتداد نوسان می‌کنند، اختلاف فاز ثابتی وجود داشته باشد، موج حاصل از برهم نهی آنها یک موج سینوسی است که دامنه و فاز اولیه آن به دامنه و فازهای اولیه دو موج بستگی دارد. به بیان ریاضی هرگاه معادلات زیر بیانگر دو موج سینوسی باشند:

$$y_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \quad (16)$$

$$y_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) \quad (17)$$

معادله موج حاصل از برهم نهی برابر است با:

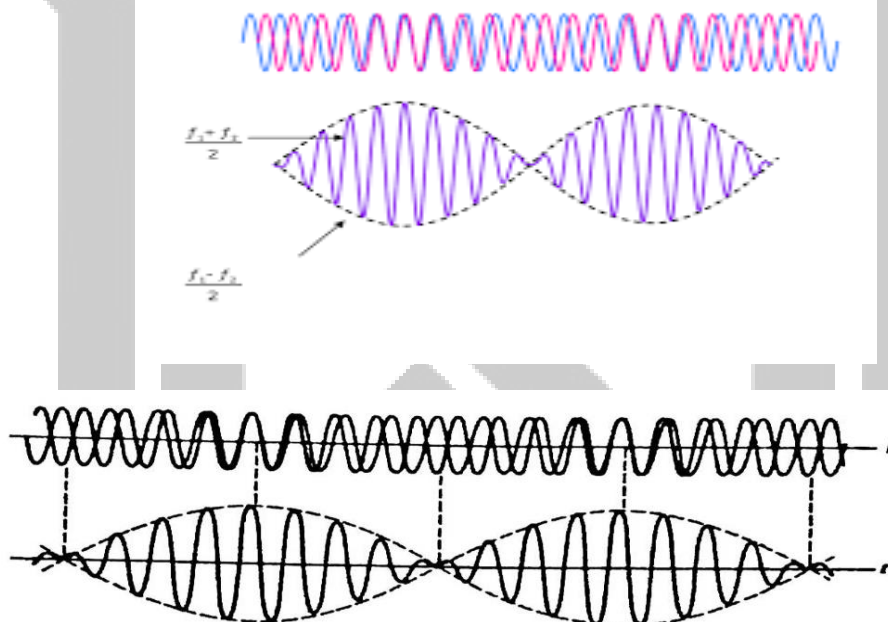
$$y = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (18)$$

که در آن A و φ برابرند با

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \quad (19)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad (20)$$

بدیهی است اگر اختلاف فاز دو موج در طول زمان ثابت باشند دامنه و فاز موج حاصل از برهم نهی در طول زمان ثابت است و در صورتی که اختلاف فاز دو موج با زمان تغییر کند، دامنه و فاز موج حاصل از برهم نهی متغیر خواهد بود.



شکل (۶)

(ج) برهم نهی دو موج متناوب سینوسی که فرکانس آنها اندکی تفاوت دارد.

اگر فرکانس دو موج سینوسی که در یک امتداد نوسان می‌کنند اندکی متفاوت باشد دامنه و فاز موج حاصل از برهم نهی این دو موج، در طول زمان نوسان می‌کند. به شکل (۶) مراجعه کنید. هرگاه معادلات زیر بیانگر دو موج سینوسی مذکور باشند:

$$y_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \quad (21)$$

$$y_2 = A_2 \sin[(\omega + \Delta\varphi)t + \varphi_2] \quad (22)$$

معادله موج حاصل از برهم نهی دو موج برابر است با:

$$y = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (23)$$

که در آن A و φ برابرند با

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \Delta\omega t)} \quad (24)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin(\Delta\omega t)}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos(\Delta\omega t)} \quad (25)$$

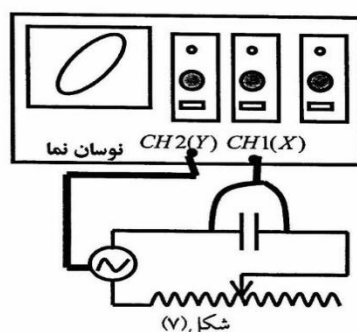
روش آزمایش

(۱) مشاهده شکل‌های لیسازو و تعیین فرکانس مجهول

نوسان نما را روشن کرده و آن را برای کار آماده سازید. کلید *Mode* را در وضعیت (xy) قرار دهید. دو دستگاه موج ساز به دو کانال نوسان نما (محورهای افقی و عمودی) وصل کنید. ابتدا ولوم هر دو دستگاه موج ساز را در محل مناسبی قرار دهید تا اولین شکل لیسازو که بیضی است روی صفحه نوسان نما ظاهر شود. در این حالت تعداد نقاط تماس در امتداد اضلاع افقی و عمودی ۱ ($n_x = n_y = 1$) هستند. فرکانس محور افقی را ثابت نگهدارید و مقدار آن را در جدول (۱) یادداشت نمایید. فرکانس دستگاه دوم را زیاد کنید تا شکل دیگری روی صفحه نوسان نما ظاهر شود. برای هر یک از اشکال n_x و n_y را اندازه‌گیری کرده و با استفاده از رابطه (۱) فرکانس موج محور عمودی را حساب کنید. مقادیر اندازه‌گیری شده را در جدول (۱) یادداشت کنید.

$f_y = \frac{n_x}{n_y} f_x$	n_y	n_x	f_y نوسان نما	f_x
				شکل لیسازو

جدول (۱)



۲) تعیین اختلاف فاز دو موج

به کمک رئوستا و خازن، مدار شکل (۷) را ببندید. دو سر دستگاه موج ساز را به کانال عمودی نوسان نما (CH1) و دو سر خازن را به کانال افقی نوسان نما (CH2) وصل کنید. مانند آزمایش قبل، کلید Mode را در وضعیت (xy) قرار دهید. با نظر استاد ولتاژ و فرکانس مناسبی را اختیار کنید. ترکیب این دو موج یک شکل لیسازو (بیضی) بر روی صفحه نوسان نما ایجاد خواهد کرد. مقادیر a و b را اندازه‌گیری کرده و در جدول (۲) یادداشت نمایید. از رابطه (۸) اختلاف فاز دو موج را به دست آورده و در همین جدول یادداشت کنید. سپس کلید Mode را در وضعیت (Auto) قرار دهید و شکل هر دو موج را بر روی صفحه نوسان نما مشاهده کنید. مقادیر T و t را اندازه‌گیری کرده و در جدول (۲) یادداشت کنید. با استفاده از رابطه (۳) اختلاف فاز دو موج را به دست آورده و در همین جدول یادداشت کنید. با تغییر فرکانس دستگاه موج ساز و یا تغییر لغزنده‌ی رئوستا، اختلاف فاز دو موج را تغییر داده و آزمایش را تکرار کنید. مقادیر به دست آمده برای سه اختلاف فاز دیگر را در همین جدول یادداشت کنید.

تعداد آزمایش	a	b	$\sin \varphi = \frac{b}{a}$	$\varphi = \sin^{-1} \frac{b}{a}$	T	t	$\varphi = 2\pi \frac{t}{T}$
۱							
۲							
۳							
۴							

جدول (۲)

همین آزمایش را با استفاده از خازن و مقاومت معلوم برای یک اختلاف فاز تکرار کرده و مقادیر اندازه‌گیری شده را در جدول (۳) بنویسید.

R	C	a	b	$\sin \varphi = \frac{b}{a}$	$\varphi = \sin^{-1} \frac{b}{a}$	T	t	$\varphi = 2\pi \frac{t}{T}$

جدول (۳)

۳) مشاهده پدیده ضربان

دو دستگاه موج ساز را به دو کانال نوسان نما وصل کنید. به کمک انتخابگر موبوطه موج جاروب را ایجاد کنید. با نظر استاد ولتاژ و فرکانس‌های مناسبی را اختیار کنید تا تغییرات دامنه را که نشان دهنده‌ی پدیده‌ی ضربان است مشاهده کنید. برای درک عملی این پدیده، می‌توان همزمان با نوسان نما، موج مربوطه را به بلندگو وصل کرد و به تغییر شدت صوت (قوی و ضعیف شدن صدا) توجه کرد.

محاسبات، بررسی نتایج، پرسش‌ها

- (۱) چرا منحنی‌های لیسازویی که روی صفحه نوسان نما می‌بینید می‌چرخند؟
- (۲) در آزمایش (۱) توضیح دهید چرا ترکیب دو موج شکل‌های لیسازو را تولید می‌کند.
- (۳) توضیح دهید تغییر ولتاژهای محورهای افقی و عمودی چه اثری بر شکل لیسازوی حاصل دارد.
- (۴) مقادیر اختلاف فاز (ϕ) به دست آمده از جدول (۲) را با یکدیگر مقایسه کرده و نتیجه گیری نمایید.
- (۵) در آزمایش (۲) تغییر فرکانس دستگاه چه اثری بر روی اختلاف فاز دو موج دارد؟
- (۶) اختلاف فاز میان دو موج در آزمایش (۲) ناشی از چیست؟
- (۷) اختلاف فاز دو موج را از رابطه $\tan^{-1}\left(\frac{1}{RC\omega}\right)$ به دست آورد. این مقدار را با مقادیر جدول (۳) مقایسه کرده و درصد انحراف این مقادیر را محاسبه کنید.
- (۸) از آزمایش (۳) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

دانشگاه بوعلی سینا