

تبادل و برآیند نیروها

هدف آزمایش

(۱) بررسی تبادل جسم تحت تأثیر چند نیروی متقاطع

(۲) تحقیق روش هندسی جمع بردارها

(۳) تحقیق روش تحلیلی جمع بردارها

وسایل مورد نیاز:

میز نیرو، وزنه های مختلف قلابدار و شیاردار، تراز آبی

تئوری آزمایش:

۱. مطالعه ی تبادل جسم تحت تأثیر چند نیرو

هرگاه برآیند نیروها و گشتاورهای وارد بر جسمی صفر باشد آن جسم در حال تبادل است. وقتی جسمی در حال تبادل است سرعت خطی و سرعت زاویه ای آن مقادیر ثابتی دارند. اگر سرعت اولیه جسم صفر باشد، جسم در تبادل استاتیکی است. این همان قانون اول نیوتن است. به بیان ریاضی:

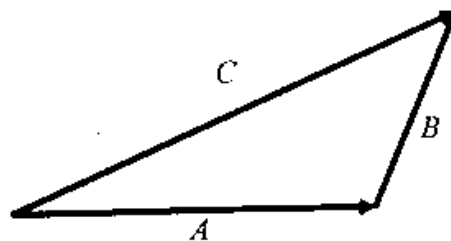
$$\sum \vec{F} = m\vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{v} = cte \quad (۱)$$

$$\sum \vec{\tau} = I\vec{\alpha} = 0 \Rightarrow \vec{\omega} = cte \quad (۲)$$

برای بررسی جسمی که در حال تبادل است باید برآیند نیروهای وارد بر جسم را حساب کرد. همچنین با انتخاب چارچوب مناسب همواره می توان جسم را در حال تبادل استاتیکی مشاهده کرد. با توجه به اینکه نیرو کمیت برداری است باید از روشهای جمع برداری کمک گرفت. جمع بردارها به دو روش هندسی و تحلیلی امکان پذیر است.

۲. روش هندسی جمع بردارها

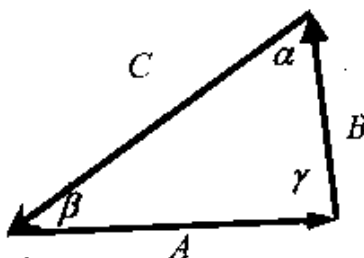
جمع هندسی بردارها به دو طریق مثلثی و متوازی الاضلاع امکان پذیر است. در روش مثلثی اگر ابتدای هر بردار را مطابق شکل ۱ در انتهای بردار قبلی قرار دهید، برداری که ابتدای اولین بردار را به انتهای آخری وصل می کند بردار برآیند است.



شکل ۱

اگر حاصل جمع سه بردار صفر باشد. مطابق شکل (۲) آن سه بردار تشکیل مثلثی را می دهند که اندازه ی آنها مطابق رابطه ی زیر در قانون سینوس ها صدق می کند.

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \quad (۳)$$

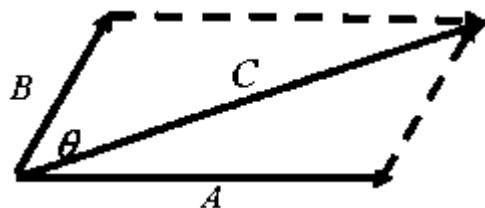


شکل ۲

در روش متوازی الاضلاع، ابتدای دو بردار را مطابق شکل ۳ بر هم منطبق می کنیم و قطر متوازی الاضلاعی که بر روی این دو بردار بنا می شود حاصل جمع این دو بردار را نشان می دهد. اگر زاویه بین دو بردار θ باشد خواهیم داشت:

$$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta} \quad (۴)$$

اگر بیش از دو بردار داشته باشیم از خاصیت شرکت پذیری جمع بردار ها استفاده می کنیم.



شکل ۳

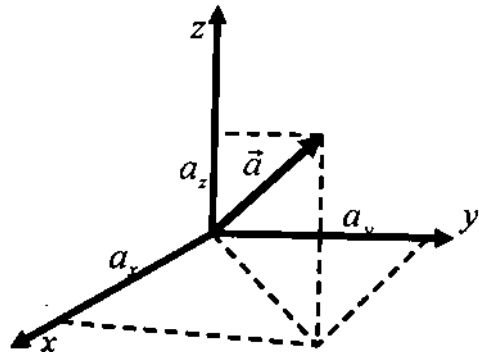
جمع هندسی بردارها در مواردی که بردارها در یک صفحه قرار دارند مناسب است ، اما اگر تعداد بردارها زیاد باشد و سمتگیری آنها در جهت های مختلف فضا باشد مناسب تر است که از روش تحلیلی استفاده کنیم .

۳. روش تحلیلی جمع بردارها

در این روش مطابق شکل ۴ هر بردار را می توان بر حسب مولفه های آن در یک دستگاه مختصات مناسب به صورت زیر نوشت :

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k} \quad (۵)$$

که a_x و a_y و a_z مولفه های بردارهای $\hat{i}$ و $\hat{j}$ و $\hat{k}$ (بردارهای پایه دستگاه مختصات) هستند .



شکل ۴

در جمع تحلیلی بردارها ، مولفه های متناظر هر بردار را به صورت زیر با هم جمع می کنیم

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (a_x + b_x + c_x)\hat{i} + (a_y + b_y + c_y)\hat{j} + (a_z + b_z + c_z)\hat{k} \quad (۶)$$

در حالت ساده تر که بردارها در یک صفحه واقع باشند داریم :

$$\vec{F} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (a_x + b_x + c_x)\hat{i} + (a_y + b_y + c_y)\hat{j} \quad (۷)$$

اندازه و جهت بردار برآیند را می توان با استفاده از روابط زیر به دست آورد .

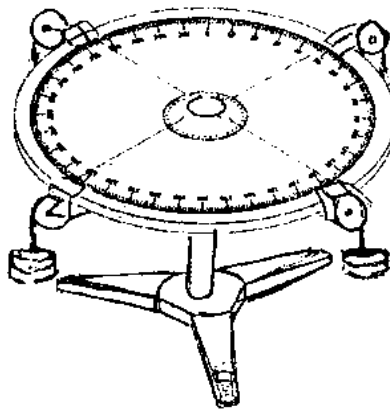
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (۸)$$

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x} \quad (۹)$$

در عمل روشهای مختلفی برای بررسی برآیند نیروها یا تحقیق روشهای مختلف جمع بردارها می توان به کاربرد. یکی از روشهای متداول **میز نیرو** است .

روش آزمایش

میز نیرو مطابق شکل ۵ شامل یک صفحه دایره ای است که دور آن از صفر تا ۳۶۰ درجه مدرج شده است . این میز روی پایه ی قائمی قرار دارد، به طوری که به وسیله ی پیچ های تنظیم پایه می توان سطح آن را تراز کرد . در مرکز صفحه شاخصی به طور عمودی وجود دارد حلقه ای نیز وجود دارد که به وسیله ی چند قطعه ریسمان به کفه و وزنه متصل است . حلقه را طوری قرار می دهند که شاخص در وسط آن واقع شود . در اطراف صفحه ی دایره ای چند قرقره قرار گرفته است که می توان آنها را جابجا کرد . نخ ها از روی قرقره ها می گذرند و به آنها وزنه هایی آویزان می شود در نتیجه حلقه توسط چند نیروی متقاطع کشیده می شود. وقتی دستگاه در حال تعادل است شاخص درست در مرکز حلقه قرار می گیرد. با جابجایی قرقره ها جهت نیرو ، و با تغییر مقدار وزنه ها می توان مقدار نیرو را تغییر داد .



شکل ۵

(۱) دو نیروی مساوی و مخالف جهت

میز نیرو را با استفاده از تراز آبی و پیچ های تنظیم در حالت افقی تراز کنید . یکی از قرقره ها را روی میز محکم کنید و ریسمان متصل به حلقه را از روی آن بگذرانید . سپس وزنه ۲۰ گرمی را روی کفه ی ۳۰ گرمی قرار دهید . ریسمان دیگر متصل به حلقه را آنقدر تحت زوایای مختلف بکشید که حلقه در وسط شاخص قرار گیرد . محل این ریسمان جای قرقره ی دوم را مشخص می کند . ریسمان را از روی قرقره ی دوم بگذرانید و آنقدر به آن وزنه اضافه کنید تا شاخص در وسط حلقه قرار گیرد. تحقیق کنید آیا نیروهایی که حلقه را از دو طرف می کشند مساوی و در خلاف جهت هم هستند . این آزمایش را برای چند وزنه مختلف تکرار کنید و در جدول ۱ گزارش کار یادداشت نمایید .

وزنه A (گرم)	۵۰	۷۰	۹۰	۱۱۰	۱۳۰
نیروی A					
وزنه B (گرم)					
نیروی B					

جدول ۱

(۲) سه نیروی متقاطع

دو وزنه با اندازه های تعیین شده در جدول ۲ را به همراه کفه، به دو نخ از ریسمان ها متصل کنید . نخ ها را از روی شیار قرقره هایی که در زوایای داده شده در جدول ۲ ثابت شده اند بگذرانید . ریسمان سوم و قرقره ی مربوط به آن را آنقدر جابجا کنید تا وقتی که ریسمان را به اندازه کافی می کشید بتوانید تعادل حلقه را برقرار کنید . به این ترتیب زاویه ی بردار برآیند مشخص می شود. مکان قرقره ی سوم را در این زاویه ثابت کنید و با عبور ریسمان از روی قرقره آن قدر به کفه ی متصل به ریسمان وزنه اضافه کنید که تعادل برقرار شود. وزنه ها و زاویه ی بین ریسمان ها از روی میز نیرو بخوانید و در جدول ۲ گزارش کار یادداشت نمایید .

وزنه A (g)	نیروی A (N)	زاویه AB درجه	وزنه B (g)	نیروی B (N)	زاویه BC درجه	وزنه C (g)	نیروی C (N)	زاویه CA درجه
50		60	70					
80		100	65					
90		120	130					

جدول ۲

(۳) چهار نیروی متقاطع

سه وزنه با اندازه های تعیین شده در جدول ۳ را به همراه کفه به دو نخ از ریسمان ها متصل کنید . نخ ها را از روی شیار قرقره هایی که در زوایای داده شده در جدول ۳ ثابت شده اند، بگذرانید . ریسمان چهارم و قرقره ی مربوط به آن را آنقدر جابجا کنید تا وقتی که ریسمان را به اندازه کافی می کشید بتوانید تعادل حلقه را برقرار کنید . به این ترتیب زاویه ی بردار برآیند مشخص می شود. مکان قرقره ی چهارم را در این زاویه ثابت کنید و با عبور ریسمان از روی قرقره، آن قدر به کفه ی متصل به ریسمان وزنه اضافه کنید که تعادل برقرار شود . وزنه ها و زاویه ی بین ریسمانها را از روی میز نیرو بخوانید و در جدول ۳ گزارش کار یادداشت نمایید .

وزنه A (g)	زاویه A(Θ_A)	وزنه B (g)	زاویه B(Θ_B)	وزنه C (g)	زاویه C درجه	وزنه D (g)	زاویه D(Θ_D)
100	45	40	180	70	330		
90	50	50	170	60	240		
30	0	50	70	50	300		

جدول ۳

محاسبات ، بررسی نتایج و پرسشها

۱. از جدول ۱ چه نتیجه ای می گیرید ؟
۲. در آزمایش سه نیروی متقاطع به روش هندسی و رسم دقیق بردارها با انتخاب یک مقیاس مناسب روی خط کش و به کمک نقاله ، برآیند بردارها را در هر مرحله به دست آورده و با نتایجی که از میز نیرو گرفتید مقایسه کنید .
۳. به روش تحلیلی و با انتخاب یک دستگاه مختصات و محاسبه مولفه ها برآیند بردارها را در هر مرحله به دست آورده و با نتایجی که از میز نیرو گرفتید مقایسه کنید
۴. برآیند دو نیروی متقاطع را با استفاده از روش متوازی الاضلاع و با توجه به قانون کسینوس ها به طریق تئوری ثابت کنید .
۵. با استفاده از مقادیر جدول ۲ قانون سینوس ها را تحقیق کنید.
۶. در آزمایش چهار نیروی متقاطع ، هر سه نیرو را در یک دستگاه مختصات رسم کرده و اندازه و جهت برآیند را به طریق تئوری محاسبه کنید .
۷. درصد خطای نسبی را هم برای اندازه ی نیروی برآیند و هم برای زاویه ی آن محاسبه کنید .

دانشگاه بوعلی سینا