

حرکت دورانی

هدف آزمایش

۱. مطالعه ی مشخصات حرکت دورانی (زاویه ، دوران سرعت و شتاب زاویه ای)
۲. تحقیق قانون دوم نیوتن در حرکت دورانی
۳. تعیین تجربی اینرسی دورانی
۴. تعیین بستگی بین انرژی جنبشی دورانی و مشخصات دوران

وسایل مورد نیاز

چرخ آزمایش زمان سنج دیجیتالی ، فتوسل ، وزنه های مختلف

تئوری آزمایش

۱. مطالعه ی مشخصات حرکت دورانی

اگر حرکت یک ذره بر مسیر دایره ای با سرعت ثابت باشد آن را حرکت دایره ای یکنواخت می نامند . در این حالت با وجود اینکه اندازه ی سرعت ثابت است اما جهت سرعت در هر لحظه تغییر می کند . عامل تغییر جهت سرعت ، نیروی مرکز گراست . در واقع ذره تا زمانی بر مسیر دایره ای حرکت می کند که نیروی مرکز گرای لازم فراهم شود . این نیرو یک نیروی مستقل نیست ، بلکه یکی از نیروهای شناخته شده ی طبیعت ، نقش نیروی مرکز گرا را ایفا می کند . به عنوان مثال در حرکت زمین به دور خورشید نیروی گرانش ، در حرکت دورانی یک گلوله که با ریسمانی به مرکز دوران مقید شده و در صفحه ی افقی دوران می کند ، نیروی کشش ریسمان و در حرکت اتومبیل بر سر پیچ های مسطح ، نیروی اصطکاک نقش نیروی مرکز گرا را دارد. اگر نیروی مرکز گرا به اندازه ی کافی نباشد یا حذف شود ، مسیر حرکت جسم از شکل دایره ای خارج شده و با توجه به قوانین حرکت ، مسیر جدید را می پیماید .

مطالعه ی دوران یک جسم صلب حول یک محور ثابت نشان می دهد که بسیاری از روابط مشخص کننده ی دوران جسم مشابه حرکت خطی است . در حرکت دورانی زاویه ی پیموده شده توسط جسم مورد توجه است . این زاویه را می توان زاویه بین هر خط عمود بر محور که به همراه جسم حرکت می کند ، با محور ثابتی در فضا در نظر گرفت .

سرعت زاویه ای متوسط جسم در هر زمان ، نسبت زاویه ی طی شده به زمان حرکت است .

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (۱)$$

که در آن $\bar{\omega}$ سرعت زاویه ای متوسط ، $\Delta\varphi$ مقدار دوران و Δt زمان دوران است . سرعت زاویه ای لحظه ای جسم مشابه حرکت خطی حد مقدار فوق است وقتی زمان به سمت صفر میل کند و یا مشتق زاویه نسبت به زمان است .

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (۲)$$

شتاب لحظه ای نیز مشتق سرعت زاویه ای نسبت به زمان است . یعنی:

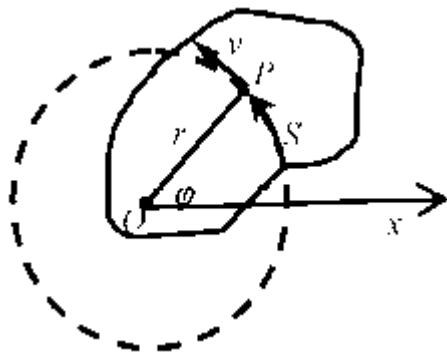
$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (۳)$$

سرعت و شتاب زاویه ای را می توان از طریق مشتق گیری گرافیک نیز به دست آورد . اگر منحنی زاویه ی پیموده شده توسط جسم را بر حسب زمان رسم کنیم شیب مماس بر منحنی مذکور در هر نقطه سرعت لحظه ای و شیب خط مماس بر منحنی سرعت ، شتاب لحظه ای را در هر نقطه تعیین می کند. اگر شتاب زاویه ای جسم ثابت باشد می توان سرعت زاویه ای و زاویه ی دوران را از روابط زیر تعیین نمود :

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad (۴)$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad (۵)$$

مختصات حرکت خطی هر نقطه از جسم در حال دوران را می توان بر حسب مشخصات دوران تعیین نمود . در شکل (۱) جسم حول محور ثابتی که از نقطه ی O میگذرد و عمود بر صفحه است ، دوران می کند ، در این صورت هر نقطه از جسم روی دایره ای که مرکز آن بر روی محور دوران قرار دارد ، حرکت می نماید .



شکل ۱

فاصله ی نقطه ی p از محور دوران برابر r است . اگر جسم به اندازه ی زاویه ی φ دوران کند مسافت طی شده توسط هر نقطه ای در امتداد مسیر دایره ای آن از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$S = r\varphi \quad (۶)$$

با مشتق گرفتن از رابطه ی فوق سرعت خطی نقطه ی p به دست می آید . مشتق سرعت خطی نیز شتاب خطی را تعیین می کند .

$$v = r\omega \quad (۷)$$

$$a_t = ra \quad (۸)$$

این رابطه شتاب مماسی را نشان می دهد . شتاب شعاعی در نقطه ی p نیز برابر است با :

$$a_r = r\omega^2 \quad (۹)$$

همانطور که در حرکت خطی نیروی وارد بر جسم سبب تغییر در وضعیت حرکت جسم می شود ، در حرکت دورانی گشتاور سبب تغییر در نحوه ی دوران جسم می شود . اگر فاصله ی نیروی F که عمود بر محور بر جسم اثر می کند، r باشد در آن صورت گشتاور وارد بر جسم از رابطه ی زیر به دست می آید :

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (۱۰)$$

که با توجه به شکل ۱ ، F بر r عمود است . بنابراین داریم:

$$\tau = rF \quad (۱۱)$$

قانون دوم نیوتن در حرکت دورانی به صورت زیر بیان می شود :

$$\tau = I\alpha \quad (۱۲)$$

که در آن α شتاب زاویه ای و I اینرسی دورانی جسم است و برابر با مجموع حاصل ضرب جرم در مجذور فاصله اجزای آن از محور دوران است . به بیان ریاضی :

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (۱۳)$$

برای اجسام همگن با شکل هندسی ساده می توان عبارت فوق را محاسبه نمود . روش تجربی تعیین اینرسی دورانی که می تواند برای هر نوع جسمی به کار رود، به این ترتیب است که گشتاور معلومی را بر جسم وارد کرده شتاب زاویه ای آن را اندازه میگیریم و در نتیجه اینرسی دورانی را از رابطه ی (۱۲) محاسبه می کنیم .

انرژی جنبشی جسمی که حرکت دورانی دارد برابر با مجموع انرژی جنبشی حرکت خطی اجزای آن است . به بیان ریاضی:

$$E_K = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 \quad (۱۴)$$

با جایگذاری رابطه (۷) در رابطه ی فوق داریم:

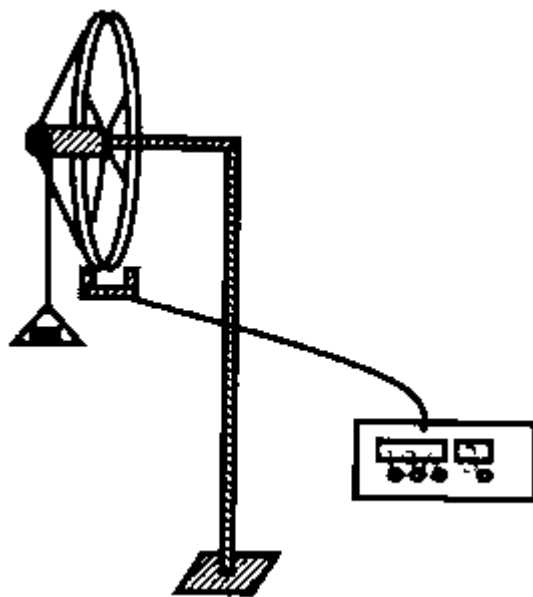
$$E_K = \sum_i \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2 \quad (۱۵)$$

و یا

$$E_K = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (۱۶)$$

روش آزمایش:

وسیله اصلی آزمایش چرخ طیار است که حول یک محور افقی دوران می کند . به شکل ۲ مراجعه کنید . برای انجام آزمایش چند دور نخ به دور قسمت باریک چرخ پیچیده و وزنه ای به انتهای نخ می آویزیم. ابتدا برای حذف نیروی اصطکاک وزنه ی لازم را قرار می دهیم تا چرخ با سرعت تقریباً یکنواخت حرکت کند . در تمام طول آزمایش وزن این وزنه حذف کننده ی نیروی اصطکاک را از وزن وزنه ی اصلی کم می کنیم . زمان پیمودن زوایای دوران مختلف ، توسط زمان سنج دیجیتالی اندازه گیری می گردد . زاویه ی دوران چرخ از طریق تعداد دورها ، توسط زمان سنج دیجیتالی ، با دقت 0/5 دور تعیین می شود. هر نیم دور یک پالس محسوب می شود . زمان سنج دیجیتالی دارای سه دکمه Power و Mode و Reset است . قبل از شروع هر آزمایش ابتدا دکمه Power را فشار می دهیم تا زمان سنج روشن شود . سپس وزنه ی لازم را به کفه اضافه نموده و شاخص متصل به محیط چرخ را در فاصله نزدیک به فتوسل قرار می دهیم و دکمه Reset را فشار می دهیم تا زمان سنج آماده اندازه گیری شود . سپس چرخ را رها می کنیم و پس از گذشت نیم دور چرخ را نگه می داریم . سپس با استفاده از دکمه Mood ، زمان دوران چرخ را قرائت می کنیم .



شکل ۲

توجه :

- (۱) دورهای نخ که بر روی قسمت باریک چرخ پیچیده می شوند نباید بر روی یکدیگر قرار گیرند .
 - (۲) در شروع آزمایش دستگاه باید از حال سکون رها شود . یعنی پس از افزودن وزنه و تنظیم فاصله باید دستگاه را به آرامی نگهدارید تا وزنه ها به حالت سکون برسند . سپس آزمایش را شروع کنید .
 - (۳) هر دور چرخ طیار برای زمان سنج دیجیتالی دو پالس حساب می شود .
- با اضافه کردن وزنه ای به جرم m ، گشتاوری به چرخ وارد می کنیم که سبب می شود چرخ شتاب زاویه ای داشته باشد. خود وزنه نیز دارای شتاب خطی a است. طبق قانون دوم نیوتن داریم:

$$mg - T = ma \quad (۱۷)$$

و یا :

$$T = m(g - a) \quad (۱۸)$$

که در آن T کشش نخ است . گشتاور نیروی وارده بر چرخ عبارت است از:

$$\tau = m(g - a)r \quad (۱۹)$$

که در آن r شعاع قسمت نخ پیچی شده ی چرخ است .

روش آزمایش:

(۱) مطالعه ی مشخصات حرکت دورانی

کفه را به انتهای نخ بیاویزید . با قرار دادن وزنه های مختلف بر روی کفه حالتی را بیابید که چرخ تقریباً به طور یکنواخت در تمام طول سقوط وزنه دوران کند . این وزنه کمی کمتر از وزنه ای است که سبب می شود چرخ از حال سکون شروع به دوران نماید . این وزنه ، وزنه ی لازم برای حذف نیروی اصطکاک است . اندازه ی این وزنه را در گزارش کار خود یادداشت کنید . وزن این وزنه باید تا پایان آزمایش از وزن وزنه های اصلی کم شود .

سپس وزنه ی ۵۰ گرمی را بر روی کفه اضافه کنید. دکمه Reset را فشار دهید . شروع حرکت چرخ را از محلی در نظر بگیرید که شاخص متصل به محیط چرخ در مقابل فتوسل قرار می گیرد. دستگاه را از حالت سکون رها کنید و اجازه دهید که چرخ به اندازه ی $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ دور بچرخد. با استفاده از دکمه Mode زمان پیمودن زوایای مختلف را توسط چرخ اندازه بگیرید و در جدول (۱) گزارش کار یادداشت کنید .

تعداد پالس	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
دوران(دور)	۰,۵	۱	۱,۵	۲	۲,۵	۳	۳,۵	۴
دوران(رادیان)								
زمان دوران (ثانیه)								

جدول ۱

(۲) تحقیق قانون دوم نیوتن در حرکت دورانی و تعیین تجربی اینرسی دورانی

مقدار سقوط وزنه را طوری تنظیم کنید که در این فاصله چرخ ۴ دور کامل دوران کند . برای وزنه های ۵۰ و ۱۰۰ و ۱۵۰ و ۲۰۰ گرمی زمان حرکت را اندازه بگیرید و در جدول ۲ گزارش کار بنویسید . قطر قسمت نخ پیچی شده ی چرخ را در گزارش کار خود یادداشت نمایید .

جرم وزنه(کیلوگرم)			
زمان حرکت(ثانیه)			

جدول ۲

محاسبات بررسی نتایج پرسشها

۱. نیروی اصطکاک وارد بر چرخ چقدر است ؟
۲. بازوی گشتاور وارد بر چرخ چقدر است ؟
۳. نمودار زاویه ی پیموده شده توسط چرخ را بر حسب زمان بر روی کاغذ میلیمتری رسم کرده و آن را ضمیمه ی گزارش کار نمایید .
۴. نمودار زاویه ی پیموده شده توسط چرخ را بر حسب زمان بر روی کاغذ تمام لگاریتمی رسم کرده و آن را ضمیمه ی گزارش کار نمایید .
۵. شیب نمودار فوق را تعیین کرده و بستگی زاویه ی طی شده و زمان حرکت را نتیجه بگیرید .
۶. از روی بستگی فوق نتیجه بگیرید شتاب ثابت است .
۷. شتاب حرکت چرخ را برای وزنه های آزمایش ۳ از روی زاویه ی طی شده و زمان آن محاسبه نمایید .
۸. در حالات فوق شتاب حرکت خطی وزنه ها را به دست آورید .
۹. گشتاورهای وارد بر چرخ را در آزمایش ۲ با استفاده از سؤال قبل تعیین کنید .
۱۰. مقادیر به دست آمده در سئوالات ۷ و ۸ را در جدولی بنویسید .
۱۱. نمودار گشتاور وارد بر چرخ را بر حسب شتاب زاویه ای آن بر روی کاغذ میلیمتری رسم کنید و آن را ضمیمه ی گزارش کار نمایید .
۱۲. اینرسی دورانی چرخ را از روی شیب نمودار فوق تعیین کنید
۱۳. با استفاده از مقادیر به دست آمده در ستون ۴ جدول ۲ و داده های آزمایش مقدار سقوط وزنه ، سرعت خطی لحظه ای حرکت وزنه سرعت دوران ، چرخ ازدیاد انرژی جنبشی وزنه ازدیاد انرژی چرخ و کاهش انرژی پتانسیل وزنه را در انتهای مسیر تعیین کنید .
۱۴. قانون پایستگی انرژی را در سؤال فوق تحقیق کنید .

دانشگاه بوعلی سینا