

آزمایش شماره ۴

حرکت نوسانی فنر

هدف آزمایش

۱. تحقیق قانون هوک
۲. مطالعه ی حرکت نوسانی فنر و تعیین ثابت فنر
۳. روابط مربوط به فنر های سری و موازی

وسایل مورد نیاز

فنرهای مختلف وزنه های مختلف خط کش مدرج با شاخص زمان سنج ، پایه ها و میله ها ، گیره

تئوری آزمایش

۱. تحقیق قانون هوک

اگر یکی از دو انتهای فنر ثابت بوده و به انتهای دیگر آن نیرویی وارد شود طول فنر بسته به جهت نیرو کم یا زیاد می شود . طبق قانون هوک این تغییر تا آنجا که از حد ارتجاع فنر خارج نشود، متناسب با نیروی وارد بر آن است . اگر نیروی وارد بر فنر F و تغییر طول آن x باشد طبق قانون هوک داریم:

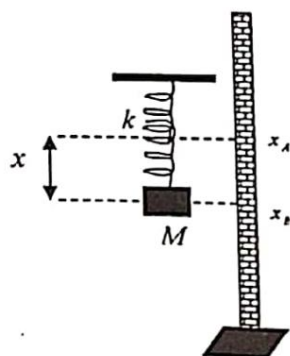
$$F = kx \quad (۱)$$

ضریب تناسب رابطه ی فوق را ثابت فنر (ضریب سختی فنر) می گویند. نیرویی که فنر به جسم متصل به آن وارد می کند ، طبق قانون سوم نیوتن مساوی و در خلاف جهت نیروی فوق است. نیروی اخیر را که همواره متوجه به نقطه تعادل فنر است نیروی بازدارنده ی فنر می نامند .

اگر به فنری با ثابت k مطابق شکل (۱) وزنه ای به جرم M بیاویزیم در حالت تعادل داریم:

$$Mg = kx \quad (۲)$$

که $x = x_B - x_A$ تفاضل موضع اولیه و نهایی فنر است . به این ترتیب اگر تغییرات Mg را برحسب x در حالت ایستا رسم کنیم خطی به دست می آید که شیب آن ثابت فنر k است .



شکل (۱)

۲. حرکت نوسانی فنر

چنانکه دیدیم هنگامی که جسم متصل به فنر را از حالت تعادل فنر دور کرده رها کنیم، جسم به دلیل نیروی بازدارنده ی فنر به حالت تعادل نزدیک می شود، و به دلیل انرژی فنر حرکت جسم ادامه می یابد. یعنی این بار تغییر طول فنر در جهت مخالف صورت می گیرد و به این ترتیب حرکت فوق دائماً تکرار می شود. هر حرکتی را که در زمانهای مساوی تکرار شود حرکت تناوبی و زمان یک دور کامل حرکت را زمان تناوب آن می گویند. اگر شتاب حرکت تناوبی در هر لحظه متناسب و در خلاف جهت فاصله ی جسم از محل تعادل باشد، حرکت تناوبی را حرکت توسانی ساده می خوانند. حرکت فنر از این گونه است. معادله ی این حرکت طبق معمول با نوشتن قانون دوم نیوتن به دست می آید. اگر جرم جسم متصل به فنر M و جرم فنر قابل اغماض باشد تمام نیروی بازدارنده سبب حرکت جسم می شود. یعنی:

$$-kx = M \frac{d^2x}{dt^2} \quad (۳)$$

که با فرض $\omega^2 = \frac{k}{m}$ خواهیم داشت:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 x = 0 \quad (۴)$$

از حل معادله ی فوق، مکان جسم نسبت به زمان به صورت زیر بدست می آید

$$x = A \sin (\omega t + \varphi) \quad (۵)$$

که در آن A بیشترین فاصله ی جسم از محل تعادل را دامنه ی نوسان و φ ثابت دیگر انتگرال گیری را فاز حرکت در لحظه ی شروع می نامند . معادله ی (۵) می تواند تصویر حرکت جسمی تصور شود که با سرعت زاویه ای ثابت دوران می کند . زمان تناوب حرکت از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} \quad (۶)$$

چون جرم فنر عملاً قابل اغماض نیست، بنابراین قسمتی از نیروی بازدارنده به اجزای فنر وارد می شود . ولی از آنجا که تمام اجزای فنر حرکت جسم متصل به آن را ندارند و دامنه حرکت آنها کمتر از دامنه ی حرکت جسم است برای تصحیح رابطه ی (۶) باید تنها کسری از جرم فنر را به جرم جسم اضافه نمود . یعنی :

$$M \rightarrow M + Fm \quad (۷)$$

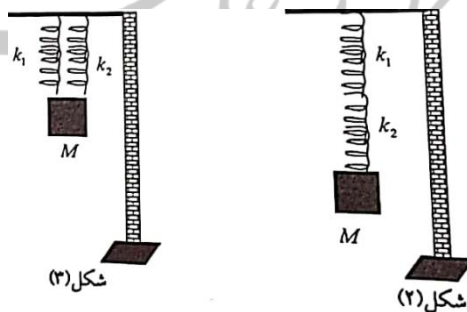
که در آن m جرم فنر و f عددی کوچکتر از یک است . با محاسبات تئوری می توان نشان داد که f برابر $\frac{1}{3}$ است بنابراین رابطه ی (۶) را می توان به صورت زیر تصحیح کرد:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{K} (M + fm) \quad (۸)$$

یعنی منحنی مجذور زمان تناوب حرکت بر حسب جرم متصل به فنر خط راستی است که شیب آن برابر با $\frac{4\pi^2}{K}$ و محل برخورد منحنی با محور جرم برابر با fm - است .

۳. روابط مربوط به فنرهای سری و موازی

اگر مطابق شکل (۲) وزنه ای به جرم M به دو فنر که به صورت سری به هم وصل شده اند متصل کنیم ، افزایش طول فنرها $x = x_1 + x_2$ خواهد بود که در آن x_1 و x_2 کشیدگی هر فنر به طور مجزا توسط وزنه ی به جرم M است . اگر k_1 و k_2 ثابت هر فنر و K ثابت معادل دو فنر سری باشند می توان نوشت :



$$X = x_1 + x_2 \quad (9)$$

$$Kx = k_1 x_1 + k_2 x_2 \quad (10)$$

$$\frac{l}{k} = \frac{l}{k_1} + \frac{l}{k_2} \quad (11)$$

و با توجه به تعریف زمان تناوب مجذور زمان تناوب نوسان جسم و فنر از رابطه ی

$$T_2 = T_1^2 + T_2^2 \quad (12)$$

به دست می آید که در آن T_1^2 و T_2^2 مجذور زمان تناوب نوسان جسم و هر فنر به طور جداگانه است .

اگر مطابق شکل (۳) وزنه ای به جرم M را به دو فنر که به صورت موازی به هم وصل شده اند متصل کنیم

$$X = x_1 + x_2 \quad (13)$$

$$Kx = K_1 x_1 + K_2 x_2 \quad (14)$$

$$K = K_1 + K_2 \quad (15)$$

و به طور مشابه با وضعیت قبل مجذور زمان تناوب نوسان جسم و فنر از رابطه ی

$$\frac{1}{T^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} \quad (16)$$

به دست می آید . به این ترتیب با اندازه گیری زمان تناوب هر فنر به طور مجزا و به صورت سری و موازی می توان صحت روابط بالا را تحقیق کرد .

روش آزمایش

وسایل این آزمایش در شکل (۴) نشان داده شده است. به وسیله خط کش تغییر طول فنر و به وسیله ی زمان سنج ، زمان تناوب آن اندازه گیری می شود . برای اندازه گیری دقیق تر زمان تناوب به وسیله ی زمان سنج دستی لازم است زمان چندین نوسان اندازه گیری شود و از آنجا زمان تناوب تعیین گردد . همچنین شمارش ، پس از چند نوسان اولیه که فنر وضع یکسانی را به خود می گیرد ، آغاز گردد .



شکل (۴)

توجه: هرچند اندازه گیریها با واحدهای گرم و سانتی متر انجام می گیرد، باید تمام مقادیر در سیستم علمی واحدها (کیلوگرم- متر- ثانیه) به کار برده شود .

هشدار: هرگز وزنه های سنگین تر از حد کشسانی فنرها را به آنها آویزان نکنید زیرا همانطور که در تئوری آزمایش تشریح شد این کار به فنرها صدمه می زند .

۱) تحقیق قانون هوک

مطابق شکل (۴) فنر را به پایه و میله آویزان کنید خط کش را در جای مناسب برای خواندن مکان وزنه قرار دهید . وزنه های مختلف را به فنر متصل کنید . تغییر طول فنر را برای ده وزنه ی مختلف به دست آورده و مقادیر را در جدول (۲) گزارش کار بنویسید .

دانشگاه بوعلی سینا

جرم وزنه M (gr)	100	200	300	400
نیرو F(N)				
تغییر طول X(m)				
ثابت فنر K_1				
میانگین ثابت فنر K_1				

جدول (۱)

همین عمل را با یک فنر دیگر تکرار کنید و مقادیر را در جدول (۲) گزارش کار بنویسید .

جرم وزنه M (gr)	100	200	300	400
نیرو F(N)				
تغییر طول X(m)				
ثابت فنر K_2				
میانگین ثابت فنر K_2				

جدول (۲)

۲) حرکت نوسانی فنر و اندازه گیری ثابت فنر

وزنه ای را به انتهای فنر آویزان کرده و آن را یک سانتی متر پایین بکشید و رها کنید . پس از چند نوسان اولیه ، زمان سنج را به کار اندازید و زمان ده نوسان را اندازه بگیرید این عمل را برای وزنه های دیگر تکرار کنید . پس از اتمام کار جرم فنر را دقیقاً اندازه بگیرید و مقادیر را در جدول (۳) گزارش کار یادداشت نمایید .

جرم وزنه $M(\text{gr})$	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰
زمان ده نوسان S				
زمان تناوب $T(S)$				
مجذور زمان تناوب $T^2(S^2)$				

جدول (۳)

همین عمل را با یک فنر دیگر تکرار کنید و مقادیر را در جدول (۴) گزارش کار بنویسید .

جرم وزنه $M(\text{gr})$	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰
زمان ده نوسان S				
زمان تناوب $T(S)$				
مجذور زمان تناوب $T^2(S^2)$				

جدول (۴)

۳) روابط مربوط به فنرهای سری و موازی

الف) دو فنر را مطابق شکل ۲ به طور سری بسته و با افزودن چندین وزنه به انتهای آن افزایش طول مجموعه را محاسبه کنید و آن را با افزایش طول تک تک فنرها مقایسه کنید. مقادیر به دست آمده را در جدول (۵) گزارش کار بنویسید . (K_s ثابت فنر معادل برای حالت سری است.)

جرم وزنه $M(\text{gr})$	100	200	300	400
نیرو $F(N)$				
تغییر طول $X(m)$				
ثابت فنر K_s				
میانگین ثابت فنر K_s				

جدول (۵) (برای فنرهای سری)

سپس مجموعه را به نوسان در آورده و زمان تناوب آن را حساب کنید و با زمان تناوب هر یک از فنرها به طور جداگانه مقایسه کنید . مقادیر به دست آمده را در جدول (۶) بنویسید .

جرم وزنه $M(\text{gr})$	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰
زمان ده نوسان S				
زمان تناوب $T(S)$				
مجدور زمان تناوب $T^2(S^2)$				

جدول (۶) (برای فنرهای سری)

ب) دو فنر را مطابق شکل ۳ به طور موازی بسته و با افزودن چندین وزنه به انتهای آن افزایش طول مجموعه را محاسبه کنید و آن را با افزایش طول تک تک فنرها مقایسه کنید. مقادیر به دست آمده را در جدول ۷ گزارش کار بنویسید. (K_p ثابت فنر معادل برای حالت موازی است).

جرم وزنه $M(\text{gr})$	100	200	300	400
نیرو $F(N)$				
تغییر طول $X(m)$				
ثابت فنر K_p				
میانگین ثابت فنر K_p				

جدول (۷) (برای فنرهای موازی)

سپس مجموعه را به نوسان در آورده و زمان تناوب آن را حساب کنید و با زمان تناوب هر یک از فنرها به طور جداگانه مقایسه کنید . مقادیر به دست آمده را در جدول (۸) بنویسید .

جرم وزنه $M(\text{gr})$	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰۰
زمان ده نوسان S				
زمان تناوب $T(S)$				
مجذور زمان تناوب $T^2(S^2)$				

جدول ۸ (برای فنرهای موازی)

محاسبات ، بررسی نتایج ، پرسشها

۱. بر روی یک صفحه کاغذ میلیمتری منحنی نیروی وارد بر فنر را بر حسب تغییر طول آن برای هر فتر رسم کنید و آن را ضمیمه گزارش کار نمایید. (از مقادیر جداول ۱ و ۲ استفاده کنید).
۲. در مورد دو منحنی بدست آمده در پرسش ۱ بحث و نتیجه گیری نمایید .
۳. شیب منحنی های فوق را تعیین کنید . این شیب ها معرف چه کمیت هایی هستند ؟
۴. منحنی مجذور زمان تناوب حرکت فنر بر حسب جرم متصل به آن را با توجه به جداول ۳ و ۴ بر روی کاغذ میلیمتری طوری رسم کنید که نقطه ی برخورد منحنی با محور جرم به طور واضح قابل رویت باشد.
۵. شیب منحنی فوق را تعیین کرده و از آنجا ثابت فنر را به دست آورید .
۶. محل برخورد منحنی و محور جرم را تعیین کنید و از آنجا f را محاسبه نمایید .
۷. درصد اختلاف مقدار به دست آمده برای f را با مقدار تئوری آن محاسبه کنید .
۸. علت های اختلاف را توضیح دهید .
۹. ثابت فنر به چه عواملی بستگی دارد ؟
۱۰. رابطه ی (۱۱) را برای فترهای سری تحقیق کنید .
۱۱. رابطه (۱۲) را در مورد فترهای سری تحقیق کنید .
۱۲. رابطه ی (۱۵) را برای فنرهای موازی تحقیق کنید .
۱۳. رابطه (۱۶) را در مورد فنرهای موازی تحقیق کنید .
۱۴. به نظر شما چگونه می توان خطاهای این آزمایش را کاهش داد ؟