

تار مرتعش و قوانین حاکم بر آن

هدف آزمایش

۱. بررسی چگونگی ایجاد امواج ساکن در تار مرتعش
۲. اندازه گیری سرعت انتشار موج با استفاده از امواج ساکن
۳. مطالعه پدیده های تشدید و تپش

وسایل مورد نیاز

سونومتر ، دیپازون های مختلف ، چکش لاستیکی ، دیپازون الکتریکی ، کفه ، قرقره ، وزنه های مختلف ، نخ و قلاب

تئوری آزمایش

(۱) موج

هنگامی که یک ذره حرکت نوسانی ساده انجام می دهد فاصله ی ذره از محل تعادل (y) را می توان به صورت زیر نوشت :

$$y = a \sin(2\pi vt) \quad (۱)$$

که در آن a دامنه ی نوسان و v بسامد موج (تعداد نوسانها در ثانیه) است . اگر ذره نوسان کننده ، جزئی از یک محیط کشسان باشد نوسان آن سبب می شود سایر ذرات محیط با همان بسامد به نوسان در آیند . به عبارت دیگر نوسان ذره به نقاط دیگر محیط منتقل می شود این پدیده را موج می نامند .

موج ناشی از پرتاب یک سنگریزه به داخل استخر در تمام نقاط سطح آب منتشر می گردد . ارتعاش تارهای حنجره و تکان دادن دهان سبب ایجاد موج صوتی می شود . همچنین حرکت نوسانی ابتدای یک طناب در طول طناب منتشر می گردد .

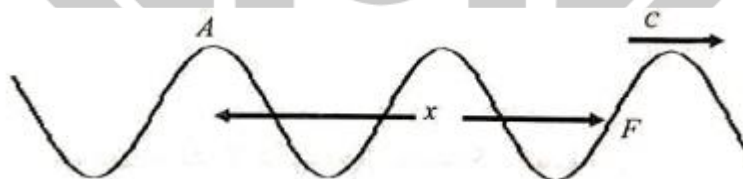
انتقال ارتعاش در یک محیط آبی نیست و مدتی طول می کشد تا موج ناشی از یک منبع به نقاط دیگر محیط برسد . سرعت انتشار موج در هر محیط بستگی به مشخصات آن محیط و دما دارد . سرعت انتشار موج (C) در یک سیم به نیروی کشش (F) و جرم واحد طول آن (μ) وابسته است .

$$C = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (2)$$

شکل ۱ موج پیوسته ای را نشان می دهد که در یک رشته سیم بسیار طویل ایجاد شده است . هر نقطه مانند در سیم با بسامد عامل ایجاد موج که در شکل نشان داده نشده است ، نوسان می کند و ارتعاش خود را به نقطه ی بعدی منتقل می کند . نقطه ی F که در فاصله ی افقی x از A قرار دارد ، پس از زمان x/C همان ارتعاشی را خواهد داشت که A هم اینک داراست . به عبارت دیگر ارتعاش F در لحظه ی t مشابه ارتعاش نقطه ی A در لحظه ی $t - x/C$ است . بنابر این معادله ارتعاش هر نقطه با استفاده از رابطه ی ۱ به صورت زیر داده می شود :

$$y = a \sin[2\pi\nu(t - x/C)] \quad (3)$$

که آن را معادله موج می نامند .



شکل ۱

مسافتی که موج در یک پرپود (زمان تناوب) طی می کند طول موج می نامند . طول موج برابر است با:

$$\lambda = CT \quad (4)$$

که در آن $T = 1/\nu$ زمان تناوب نوسان است .

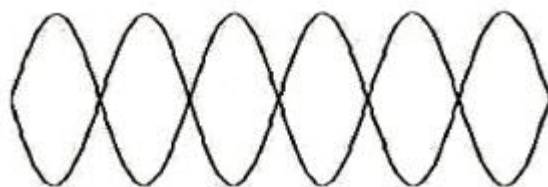
اگر امتداد ارتعاش عمود بر امتداد انتشار موج باشد ، موج را عرضی و اگر در امتداد انتشار موج باشد موج را طولی می نامند . موج ایجاد شده در طناب ، موج عرضی و صوت ، موج طولی است .

۲) امواج ساکن

مطالبی که در بالا بیان شد مبتنی بر این فرض بود که محیط انتشار موج نامحدود است . اگر محیط انتشار موج محدود باشد ، موج در مرز محیط بازتاب یافته و در جهت مخالف منتشر می شود . میزان بازتاب موج یا همان انرژی موج منعکس شده ، متناسب با مربع دامنه ی نوسان است . این انرژی به چگالی نسبی محیط اول

و محیط دوم بستگی دارد . اگر محیط دوم نسبت به محیط اول کاملاً سخت و یا کاملاً نرم باشد آن را به ترتیب مانع سخت و یا مانع نرم می نامند . در هر دو حالت موج تماماً بازتاب یافته و دامنه های امواج تابش و بازتابش برابرند . در بازتاب از مانع سخت موج بازتابش اختلاف فاز با موج تابش پیدا می کند در حالی که در انعکاس از مانع نرم چنین اختلاف فازی وجود ندارد .

در محیطی که موج تابش و بازتابش در آن وجود دارد ارتعاش هر نقطه در محیط مجموع دو ارتعاشی است که در دو جهت مخالف به آن نقطه می رسند و در نتیجه موج مخصوصی بوجود می آید که آن را موج ساکن می نامند . در این نوع موج بعضی نقاط با بیشترین دامنه نوسان می کنند ، این نقاط را شکم می نامند . بعضی دیگر پیوسته ساکن می مانند ، این نقاط را گره می نامند . و سایر نقاط با دامنه ی نوسانی بین دو حد فوق ارتعاش می کنند . شکل ۲ موج ساکنی را در یک تار مرتعش نشان می دهد.



شکل ۲

موج ساکن ایجاد شده توسط امواج تابش و بازتابش ، مجموع امواجی با دامنه ، بسامد و طول موج یکسان است که در دو جهت مختلف حرکت می کنند . به بیان ریاضی:

$$y_1 = a \sin[2\pi\nu(t - x/c)] \quad \text{موج تابش} \quad (۵)$$

$$y_2 = -a \sin[2\pi\nu(t + x/c)] \quad \text{موج باز تابش} \quad (۶)$$

$$y = 2a \sin\left(\frac{2\pi\nu x}{c}\right) \cos\left(\frac{2\pi\nu t}{c}\right) \quad \text{موج ساکن} \quad (۷)$$

که $y = y_1 + y_2$ است.

(۳) تار مرتعش

هنگامی که در یک سیم (تار) امواج ساکن بوجود آید یک نت موسیقی را خواهد نواخت . اگر در هر دو طرف تار ، مانع سخت باشد در نقاط اتصال تار که نمی توانند ارتعاش کنند باید گره ایجاد شود . از آنجا که فاصله ی

دو گره متوانی برابر با نصف طول موج است ، شرط ایجاد امواج ساکن در تار آن است که طول تار مضرب صحیحی از نصف طول موج باشد . به بیان ریاضی :

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 1.2.3. \dots) \quad (8)$$

به عبارت دیگر تار، تنها بسامدهایی را می نوازد که طول موج نظیر آنها یکی از مقادیر زیر باشد

$$\lambda = 2L. \frac{2L}{2}. \frac{2L}{3}. \frac{2L}{n}. \dots \quad (n = 1.2.3. \dots) \quad (9)$$

از رابطه ی:

$$v = \frac{c}{\lambda} \quad (10)$$

که در آن c سرعت موج در تار و برای تمام بسامدها ثابت است . بسامدهای متناظر عبارتند از :

$$v = \frac{c}{2L}. \frac{2c}{2L}. \frac{3c}{2L}. \frac{nc}{2L}. \dots \quad (n = 1.2.3. \dots) \quad (11)$$

نت با کمترین بسامد را نت اصلی و نتهای دیگر را نتهای فرعی می نامند . نتهای ممکن سیم را سری هماهنگ تار می گویند . به این ترتیب که نت اصلی $(\frac{c}{2L})$ هماهنگ اول ، نت $\frac{2c}{2L}$ هماهنگ دوم ، نت $\frac{3c}{2L}$ هماهنگ سوم و ... نامیده می شوند . هر یک از این بسامدها ، بسامدهای طبیعی تار است ، بنابراین برای تار بینهایت بسامد طبیعی وجود دارد . در حالی که برای یک آونگ ساده و یا فنر ، تنها یک بسامد طبیعی موجود است . به عبارت دیگر اگر جسم آویخته به فنر را کشیده و سپس رها کنیم حرکت آن تنها یک بسامد دارد ولی اگر تار را در ابتدا به صورت هر یک از هماهنگهای ممکن آن در آورده و رها کنیم ، تار با بسامد متناظر با آن هماهنگ ، نوسان می کند . با جایگذاری رابطه ی ۱ در رابطه ی ۱۱ بسامدهای طبیعی تار به صورت زیر به دست می آیند:

$$v = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad (n = 1.2.3. \dots) \quad (12)$$

بیشتر وسایل موسیقی ، کاربرد رابطه ی فوق را نشان می دهند . در تمام این وسایل با تغییر نیروی کششی بسامد صوت تغییر می کند . به علاوه در این رابطه بسامد با طول سیم نسبت عکس دارد . این موضوع در پیانو و سنتور آشکار می شود به این ترتیب که هر سیمی که طول کمتر دارد صوتی با بسامد بیشتر تولید می کند . همچنین حرکت انگشتان نوازنده ی ویلون بر روی سیم ها به منظور تغییر طول قسمت مرتعش سیم برای تغییر بسامد صوت است .

(۴) تشدید

هنگامی که به یک جسم قابل ارتعاش ضرباتی تناوبی با بسامدی برابر با یکی از بسامدهای طبیعی آن وارد کنیم ، جسم با دامنه ای نسبتاً زیاد نوسان خواهد کرد . این پدیده را تشدید می نامند . مثال آشنای مکانیکی این پدیده هل دادن شخصی است که تاب میخورد . تاب آونگی است که یک بسامد طبیعی دارد که اندازه ی این بسامد به طول آن بستگی دارد . اگر بسامد هل دادن و بسامد طبیعی تاب یکسان باشد دامنه ی نوسان بزرگ می شود . در غیر این صورت تاب ممکن است به سختی نوسان کند .

بر خلاف تاب ، تار (سیم کشیده شده) تعداد زیادی بسامد طبیعی دارد . اگر یک دستگاه نوسان کننده به یک انتهای تار وصل شود چنانچه بسامد نوسانگر با یکی از بسامدهای طبیعی تار برابر باشد ، دامنه ی نوسان تار در محل شکم ها قابل ملاحظه و در محل گره ها صفر خواهد شد.

یک پل فولادی یا هر ماده ی الاستیک دیگر نیز می تواند با برخی بسامدهای طبیعی خود نوسان کند . اگر از چنین پلی یک گروه سرباز با قدم های منظم عبور کنند و بسامد پا زدن های آنها با یکی از بسامدهای طبیعی پل برابر باشد ، ممکن است نوسانی با دامنه ی زیاد و در نتیجه خطرناک ایجاد شود . به همین دلیل هنگام عبور سربازان از پل به آنها دستور داده می شود که منظم حرکت نکنند.

همچنین ، میزان کردن گیرنده رادیو و یا تلویزیون بر روی یک بسامد خاص ، مثالی از پدیده تشدید الکتریکی است . با میزان کردن پیچ رادیو بسامد طبیعی مدار جریان متناوب گیرنده ، برابر بسامد امواج فرستنده می شود. پدیده تشدید را می توان با ایجاد امواج طولی توسط دیاپازون مشاهده کرد . اگر دو دیاپازون یکسان را در فاصله ای از یکدیگر قرار دهیم و به یکی از آنها ضربه وارد کنیم دیگری نیز به ارتعاش در خواهد آمد . صوت دیاپازون دوم پس از متوقف کردن دیاپازون اول نیز شنیده می شود . با مختصر تغییری در یکی از دیاپازون ها مثلاً اضافه نمودن یک وزنه کوچک و یا تغییر طول از طریق گرم کردن ، پدیده ی تشدید دیگر رخ نخواهد داد .

(۵) تپش

همانطور که گفتیم هنگامی که دو قطار موج با دامنه و بسامد یکسان در دو جهت مخالف در محیط بوجود آید و بخشی از محیط که توسط هر دو موج به ارتعاش درمی آید مضرب صحیحی از نصف طول آن موجها باشد ، موج ساکن ایجاد می شود . اگر بسامدهای این دو قطار موج کمی با یکدیگر اختلاف داشته باشند تداخل آنها سبب ایجاد پدیده ی تپش می شود . در این حالت در هر نقطه دامنه نوسان ناشی از مجموع دو موج به طور متناوب کم و زیاد می شود و در نتیجه شدت در آن نقطه متناوباً تغییر می کند . اگر بسامدهای دو موج را ν_1 و ν_2 بنامیم و معادلات این دو قطار موج را به صورت زیر نشان دهیم :

$$y_1 = a \cos(2\pi\nu_1 t) \quad (۱۳)$$

$$y_2 = a \cos(2\pi\nu_2 t) \quad (۱۴)$$

از جمع این دو ارتعاش خواهیم داشت :

$$y = \left[2a \cos \left(2\pi \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} t \right) \right] \cos \left(2\pi \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} t \right) \quad (۱۵)$$

که $y = y_1 + y_2$ است. بنابر این ارتعاش مجموع را می توان ارتعاشی در نظر گرفت که بسامد آن $\frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$ متوسط دو بسامد است و دامنه آن (مقدار داخل کروشه) نیز متغیر و با بسامد $\frac{\nu_1 - \nu_2}{2}$ نوسان می کند. هنگامی که دامنه بیشینه است شدت موج بیشترین مقدار خود را داراست. یک تپش در هر زمان تناوب دو بار اتفاق می افتد. بنابراین بسامد تپش (تعداد تپشها در ثانیه) برابر با تفاضل دو بسامد است. گوش انسان قادر است تپشهایی با بسامد حداکثر ۶ یا ۷ تپش در ثانیه را تمیز دهد.

وسایل آزمایش

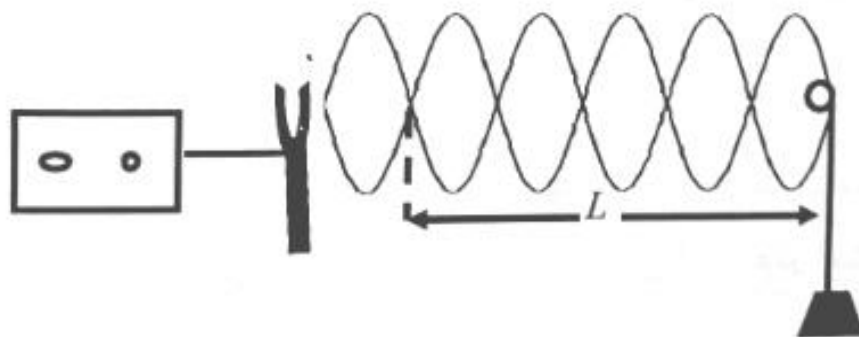
سونومتر

این دستگاه که برای نشان دادن بستگی بین بسامد صوت ایجاد شده توسط تار مرتعش با طول و نیروی کشش آن به کار می رود، شامل سه سیم به طول ۱۲۰ سانتی متر است که بر روی یک جعبه تشدید کشیده شده اند. یک انتهای دو تار از تارهای فوق به جعبه کاملاً بسته شده است و به وسیله ی پیچی که در انتهای دیگر آنها قرار دارد نیروی کشش لازم بر آنها وارد می شود. انتهای سیم سوم به یک نیروسنج ۱۰۰ نیوتنی متصل است که به وسیله ی آن نیروی کشش تار اندازه گیری می شود. با یک پل که در زیر هر یک از تارها قرار می گیرد می توان طول سیم را تغییر داد. یک خط کش مدرج در جلوی جعبه تشدید نصب گردیده است که طول تار را تعیین می کند. این خط کش علاوه بر درجه بندی بر حسب میلی متر بر حسب فاصله ی انتهای موسیقی نیز درجه بندی شده است.

روش آزمایش

(۱) بررسی چگونگی ایجاد امواج ساکن در تار مرتعش

با اندازه گیری جرم ده متر از تار مورد آزمایش ، جرم واحد طول آن را تعیین نمایید . طول تار را در حدود ۸۰ سانتی متر است . دیپازون الکتریکی ۵۰ هرتز را توسط ترانسفورماتوری که با ولتاژ ثانویه ۳-۴ ولت کار می کند به برق شهر متصل کرده ایم . یک سر تار را مطابق شکل ۳ به دیپازون الکتریکی و سر دیگر آن را بعد از عبور از قرقره ، به کفه ای که داخل آن وزنه قرار می گیرد متصل کنید . دقت کنید هنگام اتصال تار به دیپازون پیچ را طوری تنظیم نمایید که مانع ارتعاش میله قائم که تار به آن متصل است نشود . با قرار دادن وزن کفه به جای نیروی F و با جابجایی خرک متحرک در طول تار، یک شکم ایجاد کنید . فاصله ی قرقره تا خرک را با L نشان می دهیم . این فاصله در این حالت برابر با نصف طول موج است . مقادیر L, F, M را در جدول ۱ گزارش کار یادداشت نمایید . سپس با تغییر جای خرک تعداد شکم ها را تغییر داده و رابطه (۸) را تحقیق کنید . آزمایش را برای وزنه های دیگر تکرار کنید و مقادیر را در جدول ۱ گزارش کار یادداشت نمایید .



شکل ۳

ردیف	$M(Kg)$	$F(N)$	تعداد شکم	$L(m)$	$\lambda(m)$	$v(HZ)$	$\bar{v}(HZ)$	$v(HZ)$ با استفاده از استروبوسکوپ(*)
۱								
۲								
۳								
۴								
۵								

جدول ۱

*** استروبوسکوپ:** این وسیله نوعی لامپ است که می تواند با جریان الکتریکی متناوب در فرکانسهای مختلف روشن و خاموش شود. این وسیله را در فرکانس دلخواهی روشن کنید و آنرا در مقابل ابزار آزمایشگاهی تار مرتعش قرار دهید. دستگاه تار مرتعش را به گونه ای تنظیم کنید که موج ایستاده در آن تشکیل شود. اکنون فرکانس استروبوسکوپ را به آرامی تغییر دهید. اگر فرکانس روشن و خاموش شدن لامپ دقیقاً برابر با فرکانس ارتعاش تار باشد، ناظر تار را در یک نقطه و در حال سکون سکون مشاهده می کند. در این شرایط فرکانس استروبوسکوپ برابر با فرکانس تار مرتعش است. همچنین اگر فرکانس استروبوسکوپ ۲ یا ۳ یا n برابر فرکانس تار مرتعش باشد، ناظر به ترتیب ۲ یا ۳ یا n تار ساکن بطور همزمان مشاهده می کند. با کمک استروبوسکوپ فرکانس تار مرتعش را پیدا کنید و در جدول ۱ یادداشت کنید.

۲) مطالعه پدیده های تشدید

الف) در این آزمایش دو دیپازون هم صدا را در نزدیکی یکدیگر قرار داده و یکی از آنها را به نوسان در می آوریم و پدیده تشدید را تحقیق می نماییم. برای این منظور، دو دیپازون ۴۴۰ هرتز را که بر روی جعبه تشدید قرار گرفته طوری مقابل یکدیگر قرار دهید که دهانه باز آنها مقابل یکدیگر قرار گیرد. با ضربه زدن توسط چکش لاستیکی به یکی از دیپازونها، آن را به ارتعاش درآورید و پس از حدود ۳ ثانیه با دست آن را متوقف کنید. صوت حاصل از دیپازون دوم را ملاحظه و نتیجه گیری کنید.

ب) برای اثبات اینکه این عمل تنها هنگامی موفقیت آمیز است که دو دیاپازون بسامدی برابر داشته باشند دو وزنه را بر روی شاخه های یکی از دیاپازونها نصب کنید و آزمایش را تکرار کنید و نتیجه را یادداشت نمایید .

ج) در این آزمایش نیروی کشش یکی از تارهای سونومتر را ثابت نگهدارید و طول آن را طوری تغییر دهید که با دیاپازون ۵۱۲ هرتز در تشدید قرار گیرد . برای اطمینان از حصول تشدید از این روش استفاده کنید ؛ یک تکه کوچک کاغذ را تا کرده و در وسط تار قرار دهید . سپس پایه دیاپازون مرتعش را بر روی جعبه سونومتر قرار دهید . اگر شرط تشدید وجود داشته باشد تکه کاغذ به شدت پرتاب خواهد شد . طول تار را در حالت تشدید با بسامد فوق یادداشت کنید . آزمایش را برای بسامدهای ۴۸۰ و ۴۴۰ و ۳۸۴ و ۳۲۰ و ۲۵۶ هرتز انجام دهید و مقادیر را در جدول ۲ یادداشت نمایید.

256	320	384	440	480	512	$v(HZ)$
						$L(m)$
						$1/L (m^{-1})$

جدول ۲

د) در این آزمایش طول تار را ثابت نگه می داریم و با تغییر نیروی کشش آن را با دیاپازون هم صدا می کنیم. نیروی کشش تار را بوسیله نیروسنج اندازه می گیریم و بستگی بسامد سیم و نیروی کشش آن را تحقیق می کنیم و از آنجا جرم واحد طول تار را تعیین می کنیم . برای این منظور طول تار متصل به نیرو سنج را ۲۴ سانتی متر اختیار کنید و نیروی کشش لازم برای تشدید آن را با بسامد ۵۱۲ هرتز تعیین نمایید . با کاهش کشش حالت تشدید را برای بسامدهای آزمایش قبل نیز انجام دهید و مقادیر را در جدول ۳ یادداشت نمایید .

256	320	384	440	480	512	$v(HZ)$
						$F(N)$
						$v^2(HZ^2)$

جدول ۳

۳) مطالعه پدیده تپش

بسامد یکی از دیپازونهای آزمایش ۲ الف را با اضافه کردن وزنه اندکی تغییر دهید. سپس به هر دو دیپازون ضربه هایی تقریباً یکسان وارد کنید. به صوت حاصل از دو دیپازون به دقت گوش کنید. محل وزنه را در طول شاخه دیپازون تغییر دهید و بسامدهای تپش را مقایسه نمایید.

محاسبات، بررسی نتایج، پرسشها

۱. در آزمایش ۱ جرم کفه طول تار جرم نار و بسامد دیپازون را یادداشت نمایید.
۲. در آزمایش ۱ جرم واحد طول تار را به دست آورید.
۳. ارتعاشات در آزمایش ۱ طولی است یا عرضی؟ چرا؟
۴. با استفاده از مقادیر جدول ۱ نمودار مربع طول موج را بر حسب نیروی کشش تار رسم کنید.
۵. بستگی طول موج و نیروی کشش را با استفاده از شیب نمودار فوق تعیین کنید.
۶. با استفاده از شیب نمودار فوق بسامد دیپازون الکتریکی را تعیین کرده و با مقدار واقعی آن مقایسه کنید و درصد اختلاف را تعیین نمایید.
۷. سرعت انتشار موج را در سیم از روی طول موج های به دست آمده و بسامد دیپازون محاسبه کنید.
۸. در رابطه ی ۱۲ چرا بهتر است L را تا اولین گره بعد از دیپازون اختیار کنیم، نه گره متصل به دیپازون؟
۹. نتیجه آزمایش ۲ الف را بنویسید.
۱۰. نتیجه آزمایش آب را بنویسید.
۱۱. برای تغییر بیشتر بسامد دیپازون وزنه را باید در کدام قسمت شاخه آن قرار داد؟
۱۲. با استفاده از مقادیر جدول ۲ نمودار بسامد بر حسب $1/L$ را بر روی کاغذ میلی متری رسم کرده و بستگی خطی آن دو را تحقیق نمایید.
۱۳. شیب نمودار فوق را تعیین کرده و با استفاده از آن سرعت موج در تار را به دست آورید.
۱۴. با استفاده از مقادیر جدول ۳ نمودار v^2 بر حسب F را بر روی کاغذ میلی متری رسم کرده و بستگی خطی آن دو را تحقیق نمایید.
۱۵. شیب نمودار فوق را تعیین کرده و از آنجا جرم واحد طول تار را به دست آورید.
۱۶. نتیجه آزمایش ۳ را در مورد پدیده تپش بنویسید.